

Работа № 2. Изучение закона сохранения импульса

ЦЕЛЬ: исследовать соударение тел, проверить выполнение законов сохранения импульса и энергии, оценить погрешность опытов.

ОБОРУДОВАНИЕ: специальная установка, набор тел (шайб), весы

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Установка состоит из горизонтально расположенного рабочего поля 3 (рис. 1) с нанесенной координатной сеткой, по которому перемещаются взаимодействующие тела 1 и 2. Начальную скорость телу 1 в направлении оси X сообщает ударный пружинный механизм 5. Перед выстрелом тело 1 фиксируется между направляющими 6. Ударный механизм снабжен винтом 4, изменяя положение которого можно изменять начальный импульс тела 1.

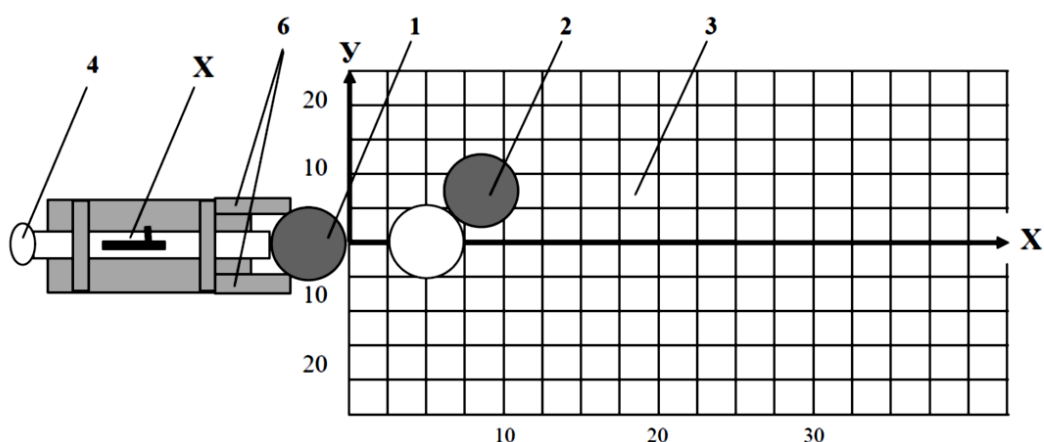


Рис. 1

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Боёк ударного пружинного механизма, ударяя по телу 1 (рис. 2), сообщает ему начальный импульс, значение которого перед взаимодействием тел

$$\vec{P}_0 = m_1 \vec{v}_0, \quad (1)$$

где m_1 – масса первого тела,
 $\vec{v}_0$ – начальная скорость тела.

Начальную скорость тела v_0 можно оценить по длине пути l_0 , пройденному телом по рабочему полю до остановки при свободном движении. Работа силы

трения по определению равна $A_{mp} = -\mu mgl$. По теореме о кинетической энергии эта работа равна приращению энергии тела

$$A_{mp} = \Delta E = 0 - \frac{mv_0^2}{2}. \quad (2)$$

Учитывая это, найдем начальную скорость тела

$$v_0 = \sqrt{2g\mu l_0}, \quad (3)$$

Следует отметить, что v_0 – скорость шайбы в момент соударения, когда она находится на расстоянии l_0 от точки, где оно остановится.

После взаимодействия тела начинают двигаться со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответственно.

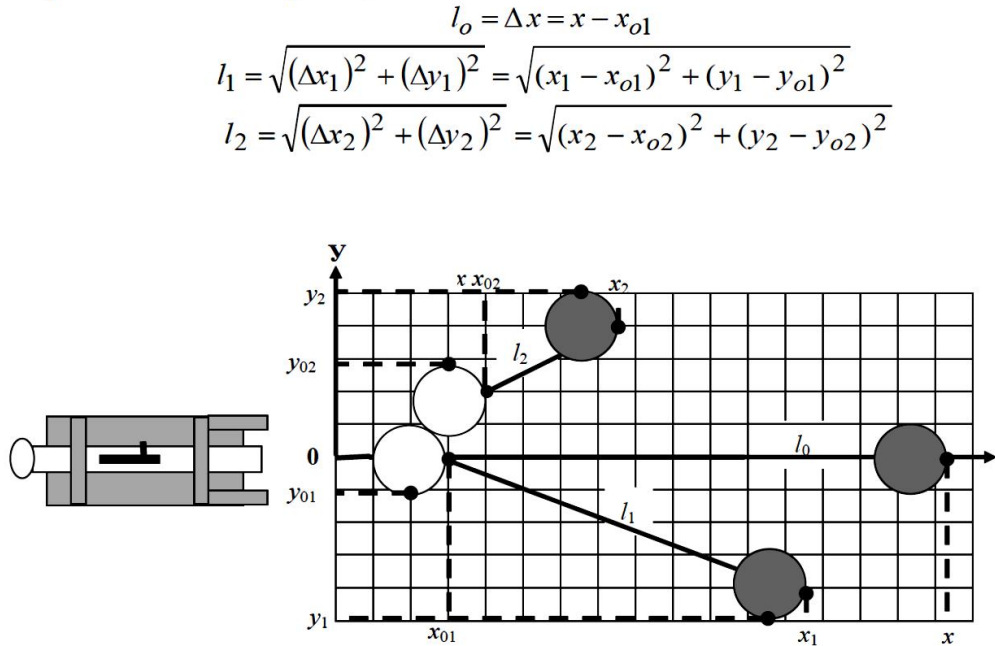
Их суммарный импульс:

$$\vec{P} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2, \quad (4)$$

где $v_1 = \sqrt{2g\mu l_1}$ – скорость 1 тела после взаимодействия,
 $v_2 = \sqrt{2g\mu l_2}$ – скорость 2 тела после взаимодействия
 (5)

l_1, l_2 - расстояния, проходимые телами после взаимодействия.

Длину пути l_0 при свободном движении тела 1 (в отсутствие второго тела), а также после соударения l_1 и l_2 , определяют по изменению координат x и y крайних точек тел (рис. 2).



В случае нецентрального удара, первое тело продолжит движение под углом α к направлению оси X . При этом:

$$\sin \alpha = \frac{\Delta y_1}{l_1}, \quad \cos \alpha = \frac{\Delta x_1}{l_1}. \quad (7)$$

Второе тело начнет двигаться под углом β к оси X

$$\sin \beta = \frac{\Delta y_2}{l_2}, \quad \cos \beta = \frac{\Delta x_2}{l_2}. \quad (8)$$

Закон сохранения импульса в проекции на оси координат X и Y принимает вид:

$$\text{на ось } X \quad m_1 v_0 = m_1 v_1 \cos \alpha + m_2 v_2 \cos \beta,$$

$$\text{на ось } Y \quad 0 = m_1 v_1 \sin \alpha - m_2 v_2 \sin \beta.$$

С учетом (6)–(8) закон сохранения импульса принимает вид:

$$\text{на ось } X(\text{проекция}) \quad m_1 \sqrt{l_0} = \frac{m_1 \Delta x_1}{\sqrt{l_1}} + \frac{m_2 \Delta x_2}{\sqrt{l_2}}, \quad (9)$$

$$\text{на ось } Y(\text{проекция}) \quad 0 = \frac{m_1 \Delta y_1}{\sqrt{l_1}} - \frac{m_2 \Delta y_2}{\sqrt{l_2}}.$$

До взаимодействия кинетическая энергия системы

$$E_{нач} = \frac{m_1 v_0^2}{2} = \mu m_1 g l_0, \quad (10)$$

а после взаимодействия энергия системы:

$$E_{\text{конеч}} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \mu m_1 g l_1 + \mu m_1 g l_2. \quad (11)$$

При абсолютно упругом ударе энергия системы не меняется:

$$E_{\text{нач}} = E_{\text{конеч}},$$

и коэффициент восстановления энергии $k = \frac{E_{\text{конеч}}}{E_{\text{нач}}} = 1.$

При неабсолютно упругом ударе $E_{\text{нач}} > E_{\text{конеч}},$

и коэффициент восстановления энергии $k < 1.$ (12)

З а д а н и е 1. Сравнение импульсов и энергий до и после взаимодействия

1. Выберите два тела примерно одинаковой массы, определите её и запишите m_1 и m_2 в табл. 1.

2. Определите скорость тела 1 при свободном движении. Для этого взведите пружинный механизм, зафиксировав его в первом пазу. Шайбу 1 вставьте в направляющие до упора. Запишите её начальные координаты (см. рис. 2). Произведите выстрел и занесите в табл. 1 координату x крайней точки шайбы.

3. При тех же условиях повторить опыт еще 6 раз. Результаты занесите в табл. 1 и рассчитайте среднее значение $\bar{x}$ и расстояние $\bar{l}_0$ (1).

4. Установите тело 1 в исходное положение. Тело 2 установите в одном из покрашенных кругов. Запишите начальные координаты крайних точек второго тела (рис. 2). Произведите выстрел и занесите в табл. 1 координаты крайних точек тел.

5. При тех же условиях повторите опыт еще 6 раз. Результаты занесите в табл. 1. Рассчитайте средние значения $\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{x}_2, \bar{y}_2$; приращения координат $\Delta x_1, \Delta y_1,$

$\Delta x_2, \Delta y_2$ и перемещения тел $\bar{l}_1$ и $\bar{l}_2$.

6. Рассчитайте по формуле (9) величины, пропорциональные проекциям импульсов тел на оси координат до и после соударения, и занесите результаты в табл.2.

7. Сравните результаты и сделайте выводы.

8. Рассчитайте величины, пропорциональные энергиям до и после соударения (см. формулу (10 и 11)) и занесите результаты в табл. 3.

9. Сделайте выводы.

10. Повторите опыт по пп. 1–9 для тел разной массы. Результаты занесите в таблицы, аналогичные табл. 1–3.

З а д а н и е 2. Простейшая оценка погрешности измерений

В качестве **систематической погрешности** в данных опытах следует взять приборную погрешность, равную цене деления измерительного прибора.

Случайная погрешность определяется по разбросу выборки:

$$\Delta x = \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2},$$

где $x_{\max}$ и $x_{\min}$ — максимальное и минимальное значение измеряемой величины в серии

из N повторных измерений. Этой границе доверительного интервала, совпадающего с Δ , соответствует доверительная вероятность

$$P = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{N-1}.$$

1. В табл. 4 занесите средние значения прямых измерений, выполненных в одном из упражнений и значения погрешностей этих величин – систематической и случайной.

2. Для каждой величины выберите наибольшую из погрешностей, рассчитанных в п. 1 и определите наибольшую относительную погрешность δ измерения каждой величины. В окончательном выводе следует отметить для каких величин желательно увеличить (и как?) точность измерений, а для каких её можно и уменьшить без ущерба для конечного результата.

3. Погрешность измерения величины импульса и энергии в первом приближении можно считать равной (во всяком случае не выше) относительной погрешности менее точно измеренной величины (в табл. 4). С учетом этого сделайте вывод о выполнении законов сохранения импульса и энергии либо о причинах их невыполнении в проведенных опытах и степени упругости ударов.

Таблица 1

Начальные координаты и массы тел	$m_1 =$ кг	$m_2 =$ кг			
	$x_{01} =$ мм	$x_{02} =$ мм			
	$y_{01} =$ мм	$y_{02} =$ мм			
Конечные координаты тел					
при свободном движении		после взаимодействия			
	x , мм	$x_1 =$ мм	$y_1 =$ мм	$x_2 =$ мм	$y_2 =$ мм
Среднее	$\overline{x} =$	$\overline{x_1}$	$\overline{y_1}$	$\overline{x_2}$	$\overline{y_2}$
Приращение координаты Δ	$\Delta x = \overline{x} - x_{01}$	$\Delta x_1 = \overline{x_1} - x_{01}$	$\Delta y_1 = \overline{y_1} - y_{01}$	$\Delta x_2 = \overline{x_2} - x_{02}$	$\Delta y_2 = \overline{y_2} - y_{02}$
расстояние	$l_0 = \Delta x$	$l_1 = \sqrt{\Delta x_1^2 + \Delta y_1^2}$		$l_2 = \sqrt{\Delta x_2^2 + \Delta y_2^2}$	

Таблицы 2-3

ИМПУЛЬС	До удара	После удара
Вдоль оси X	$m_1 \sqrt{l_0}$, кг · мм ^{1/2}	$m_1 \frac{\Delta x_1}{\sqrt{l_1}} + m_2 \frac{\Delta x_2}{\sqrt{l_2}}$ кг · мм ^{1/2}
Вдоль оси Y	0	$m_1 \frac{\Delta y_1}{\sqrt{l_1}} - m_2 \frac{\Delta y_2}{\sqrt{l_2}}$ кг · мм ^{1/2}
ЭНЕРГИЯ	До удара	После удара
	$m_1 l_0$, кг · мм	$m_1 l_1 + m_2 l_2$, кг · мм
Коэффициент восстановления	$(m_1 l_1 + m_2 l_2) / m_1 l_0 =$	

Таблица 4

Величина	Значение	Абсолютная погрешность		Наибольшая из них	
		систематич. Δ_s	случайная Δ	абсолют. Δ	относит. δ
m_1 (кг)			—		
m_2 (кг)			—		
x_{01} (мм)			—		
y_{01} (мм)			—		
x_{02} (мм)			—		
y_{02} (мм)			—		
x_1 (мм)					
y_1 (мм)					
x_2 (мм)					
y_2 (мм)					

Контрольные вопросы

1. Как записывают ЗСИ: а) для замкнутой механической системы; б) при упругом центральном ударе двух тел; в) при неупругом центральном ударе?
2. Как записывают закон сохранения механической энергии (ЗСМЭ) при упругом центральном ударе двух тел ?
3. В каких ударах выполняются: а) ЗСМЭ; б) ЗСИ; в) оба закона?
4. Почему соударяющиеся шайбы можно считать замкнутой системой?
5. Как записывают ЗСИ при измерениях в упругом и неупругом ударах?
6. Какие прямые измерения необходимо сделать в работе для проверки выполнения ЗСИ?
7. От каких величин зависит: а) скорость ударяющего тела; б) импульс и скорость тел после неупругого удара?
8. Какой удар называется центральным?
9. Какой удар называется нецентральным?
10. От чего зависит направление движения тел после нецентрального удара?