

Лабораторная работа №3  
ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С  
ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

**Цель работы:** получить экспериментальную зависимость углового ускорения от момента силы и определить момент инерции маятника динамическим методом.

**Оборудование:** маятник Обербека, секундомер, линейка, набор грузов.

Теоретическое введение

Основные кинематические и динамические параметры вращательного движения:

$\varphi$  – угловой путь, или угол поворота;

$\omega = d\varphi / dt$  – модуль угловой скорости тела;

$\alpha = d\omega / dt$  – модуль углового ускорения тела.

Для произвольной точки вращающегося тела, расположенной на расстоянии  $r$  от оси вращения, модуль линейной скорости

$$v = \omega r \quad (1)$$

и модуль тангенциального ускорения

$$a_\tau = \alpha r. \quad (2)$$

Модуль момента силы  $\vec{T}$  натяжения нити, намотанной на шкив радиуса  $r$ ,

$$M = rT. \quad (3)$$

Модуль момента импульса  $\vec{L}$  материальной точки массы  $m$ , которая движется со скоростью  $v$ , на расстоянии  $r$  от оси вращения:

$$L = mvr. \quad (4)$$

Для тела с моментом инерции  $I$ , вращающегося со скоростью  $\omega$ , модуль момента импульса

$$L = I\omega. \quad (5)$$

Момент инерции материальной точки массы  $m$ , удалённой от оси вращения на расстояние  $r$ ,  $I = mr^2$ .

Момент инерции тела относительно выбранной оси равен сумме моментов инерции всех  $N$  точек тела:

$$I = \sum_{i=1}^N m_i r_i^2. \quad (6)$$

Закон динамики вращательного движения

$$d\vec{L} = \vec{M} dt \quad \text{или} \quad d(I\omega / dt) = \sum_1^n \vec{M}_i. \quad (7)$$

Если момент инерции вращающегося тела остаётся постоянным, то закон динамики принимает вид

$$I\vec{\alpha} = \sum_1^n \vec{M}_i. \quad (8)$$

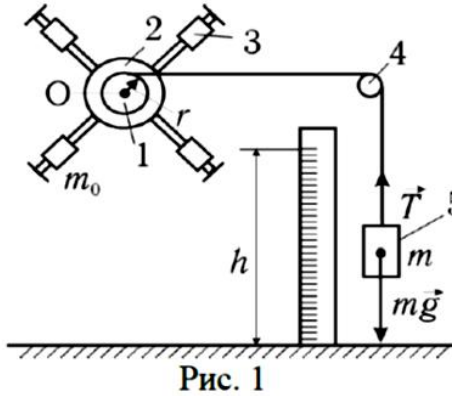


Рис. 1

## ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Основной частью установки является крестообразный маятник, который может вращаться с малым трением вокруг оси O (см. рисунок).

По стержням крестовины могут перемещаться подвижные цилиндры 3 массой  $m_0$ . На одной оси с крестовиной насажены шкивы 1 и 2 разного радиуса  $r$ . К концу нити, намотанной на один из шкивов и перекинутой через невесомый блок 4, прикрепляется груз 5

массой  $m$ , приводящий маятник во вращательное движение. Время прохождения грузом расстояния  $h$  измеряют секундомером. Маятник в исходном положении удерживается электромагнитом, при нажатии клавиши "Пуск" секундомера электромагнит отключается, груз начинает двигаться и одновременно включается секундомер. Счёт времени заканчивается при достижении грузом нижнего положения. Для того, чтобы секундомер сработал, необходимо установке с помощью винтов в основании платформы придать такое положение, при котором груз опускался бы точно в отмеченный круг. В этот круг вмонтирован датчик, выключающий секундомер.

Расстояние  $h$  отмечается по линейке, установленной в верхней части установки, на которой указывается расстояние груза в начальном положении от основания установки.

## ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Приняв, что нить невесома, нерастяжима, считаем движение грузов равноускоренным. Ускорение груза  $a$  определяют, измерив время его движения и пройденный путь  $h$ :

$$a = 2h/t^2. \quad (9)$$

Угловое ускорение маятника  $\alpha$  выразим через линейное ускорение и радиус шкива  $r$ :

$$\alpha = \frac{a}{r} = \frac{2h}{rt^2}. \quad (10)$$

Силу натяжения нити  $T$  можно определить, применив к движению груза массой  $m$  закон Ньютона (пренебрегая при этом сопротивлением воздуха):

$$T = m(g - a) \cong mg,$$

так как обычно  $a \ll g$ .

Таким образом, измерив для груза массой  $m$  время  $t$  прохождения им расстояния  $h$ , можно рассчитать угловое ускорение  $\alpha$  (формула 10) маятника и определить момент силы, действующий на маятник:

$$M = Tr = mgr. \quad (11)$$

При вращении маятника на него действует также тормозящий момент сил трения  $M_{\text{тр}}$ , и поэтому закон динамики (2.8) принимает вид

$$I\alpha = M - M_{\text{тр}}. \quad (12)$$

Это уравнение позволяет найти момент инерции блока  $I$  динамическим методом, измерив ряд величин  $\alpha$  и  $M$ . Для более точного определения величины  $I$  в опыте получают зависимость  $\alpha = f(M)$ , линейный характер которой (при  $M_{\text{тр}} = \text{const}$ ) позволяет рассчитать среднее значение  $I$  по угловому коэффициенту опытной прямой.

### **З а д а н и е 1.** Изучение закона вращения маятника

1. Определите массу грузов  $m$ , установите центры подвижных цилиндров  $m_0$  на одинаковом расстоянии  $l$  от оси вращения и измерьте радиусы шкивов  $r_1$  и  $r_2$ . Результаты запишите в табл. 1.

3. Прикрепите к нити один из грузов  $m$ . Вращая маятник, намотайте нить на малый шкив  $r_1$  в один слой и включите электромагнит красной кнопкой, расположенной в верхней части установки. Запишите расстояние  $h$ , проходимое грузом при падении. Убедитесь, что нить и груз во время движения не задевают неподвижные части установки или другие предметы. Устраните качание груза и нажмите кнопку «Пуск» секундомера. Запишите время  $t$  движения груза до нижней точки.

4. С тем же шкивом, увеличивая массу груза  $m$  (не менее 4-х раз), запишите время  $t$  движения груза на пути  $h$ . Все результаты по мере их получения записывайте в табл. 1.

5. Аналогичные измерения проведите, используя шкив радиусом  $r_2$ .

6. Вычислите значения  $\alpha$  и  $M$  в каждом опыте по формулам (10, 11).

7. Используйте рекомендации из п.3.1, изобразите графически зависимость углового ускорения  $\alpha$  от момента силы  $M$ , нанеся точки для обоих шкивов на один график.

8. По графику определите среднее значение момента инерции маятника  $I = \Delta M / \Delta \alpha$ , рассчитав угловой коэффициент прямой.

9. По графику определите момент сил трения, сравните его с моментами, создаваемыми грузами, и сделайте вывод.

## З а д а н и е 2. Измерение динамическим методом момента инерции крестовины маятника

1. Закрепите подвижные цилиндры на максимальном и одинаковом расстоянии  $l$  от оси вращения. Прикрепите к нити груз массой  $m$ . Выберите для эксперимента один шкив, измерьте его *радиус*  $r$  и запишите в табл. 2 значения  $m$ ,  $r$  и  $h$ .

2. Вращая маятник, намотайте нить на шкив *в один слой* и измерьте время движения  $t$  (см. п. 3 задания 1).

3. Проведите ещё 6 опытов *с тем же грузом*  $m$ , уменьшая всякий раз на 1,5–2 см расстояние цилиндров  $l$  от оси вращения. Результаты измерений  $l$  и  $t$  вносите в табл. 2.

4. Вычислите для каждого опыта величины  $l^2$  и момент инерции маятника по формуле, полученной с учётом выражений (10), (11):

$$I = \frac{M}{\alpha} = m r^2 \left( \frac{g t^2}{2h} - 1 \right). \quad (13)$$

5. Постройте график зависимости момента инерции маятника  $I$  от  $l^2$  (см. рекомендации п. 3.1). Сделайте вывод о характере полученной зависимости  $I$

$= f(l^2)$  с учётом того, что момент инерции маятника, у которого цилиндры приняты за материальные точки,

$$I = I_{\text{кр}} + 4m_0 l^2. \quad (14)$$

6. Определите с помощью графика (динамическим методом) момент инерции крестовины  $I_{\text{кр}}$ , которой согласно (14) равен параметру  $b$  линейной зависимости  $I = f(l^2)$ .

7. Рассчитайте массу подвешенных грузов  $m_0$ .

8. Сделайте выводы.

Таблица 1

|   | $m, \text{ кг}$ | $t, \text{ с}$ | $g, \text{ м/с}^2$ | $r_1, \text{ м}$ | $r_2, \text{ м}$ | $h, \text{ м}$ | $M, (\text{Н} \cdot \text{м})$ | $\alpha, \text{ с}^{-2}$ |
|---|-----------------|----------------|--------------------|------------------|------------------|----------------|--------------------------------|--------------------------|
| 1 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 2 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 3 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 4 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 5 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 6 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 7 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |
| 8 |                 |                |                    |                  |                  |                |                                |                          |

Таблица 2

|   | $m, \text{ кг}$ | $h, \text{ м}$ | $r, \text{ м}$ | $g, \text{ м/с}^2$ | $l, \text{ м}$ | $t, \text{ с}$ | $l^2, \text{ м}^2$ | $I, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$ | $I_{\text{ср}}, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$ |
|---|-----------------|----------------|----------------|--------------------|----------------|----------------|--------------------|-----------------------------------|-----------------------------------------------|
| 1 |                 |                |                |                    |                |                |                    |                                   |                                               |
| 2 |                 |                |                |                    |                |                |                    |                                   |                                               |
| 3 |                 |                |                |                    |                |                |                    |                                   |                                               |
| 4 |                 |                |                |                    |                |                |                    |                                   |                                               |
| 5 |                 |                |                |                    |                |                |                    |                                   |                                               |
| 6 |                 |                |                |                    |                |                |                    |                                   |                                               |

### Контрольные вопросы

1. Запишите закон динамики вращательного движения.
2. Какое вращение тела называют равноускоренным, каковы его условия?
3. Как направлены векторы  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{M}$  и момент импульса тела  $\vec{L}$ ?
4. От чего зависят: а) угловое ускорение маятника, б) момент инерции маятника, в) момент силы, действующий на маятник?
5. Какая зависимость лежит в основе динамического метода измерения момента инерции  $I$ ?
6. Какие величины определяют наклон прямой на графике  $\alpha = f(M)$ ?
7. Как в работе изменяют момент силы?
8. Какие величины в работе измеряют для определения величин  $\alpha$  и  $M$ ?
9. Как можно изменять момент инерции маятника в данной работе?