

Работа № 4. Определение момента инерции диска.

Проверка теоремы Штейнера

ЦЕЛЬ: определить момент инерции диска расчётным и экспериментальным методами

ОБОРУДОВАНИЕ: специальная установка, набор гирь, штангенциркуль, секундомер

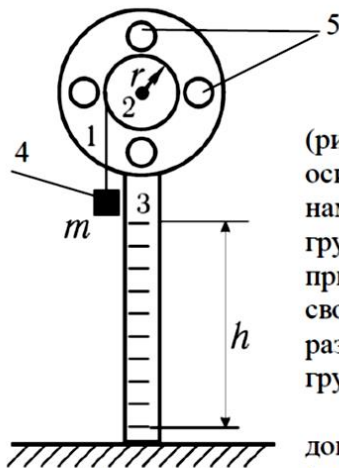


Рис. 1

ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

Диск 1 с резьбовыми отверстиями насажен на ось (рис. 1) и может вращаться с малым трением. На той же оси находится шкив 2 радиусом r , на который наматывается нить. К другому концу нити привязан груз 4 массой m , под действием которого система приводится во вращение. Путь, пройденный грузом до своего нижнего положения (когда нить полностью разматывается), определяется по шкале 3, вдоль которой груз движется.

В резьбовые отверстия диска могут вворачиваться дополнительные грузы 5 цилиндрической формы (радиуса R) и массы m_0 .

В установках предусмотрено автоматическое измерение времени движения груза до нижней точки и расстояния h , на которое поднимается груз по инерции после прохождения нижнего положения.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ

Если намотать нить на шкив, подняв на высоту h_0 груз m , то он будет обладать потенциальной энергией $W_0 = mgh_0$. При падении груза его потенциальная энергия переходит в кинетическую энергию поступательного движения груза $mv^2/2$ и энергию вращения диска $I\omega^2/2$. Зная время t падения груза до нижней точки, можно определить конечную скорость движения груза $v = 2h_0/t$ и угловую скорость вращения диска $\omega = v/r = 2h_0/(r \cdot t)$, где r — радиус шкива.

При движении в подшипниках действует момент сил трения $M_{\text{тр}}$, для преодоления которого на пути $h_0 = \varphi_0 r$ совершается работа (см. (1))

$$A = M_{\text{тр}} \cdot \varphi_0 = M_{\text{тр}} \frac{h_0}{r}, \quad (6)$$

где φ_0 — угол поворота диска (угловое перемещение).

В соответствии с законом сохранения энергии и равенством (2)

$$mgh_0 = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + M_{\text{тр}} \frac{h_0}{r}. \quad (7)$$

Момент сил трения $M_{\text{тр}}$ найдём из следующих соображений. После того, как груз опустится до нижней точки, маховик, продолжая вращение по инерции, поднимет груз на высоту h ; там его потенциальная энергия mgh меньше, чем начальная, на величину работы, совершенной против сил трения на всём пути $(h_0 + h) = \varphi r$. Из закона сохранения энергии и формулы (2) следует

$$M_{\text{тр}} \frac{h_0 + h}{r} = mgh_0 - mgh. \quad (8)$$

Решая совместно уравнения (7), (8), получаем расчётную формулу для момента инерции вращающегося тела:

$$I = mr^2 \left[\frac{ght^2}{h_0(h_0 + h)} - 1 \right]. \quad (9)$$

З а д а н и е 1. Определение момента инерции диска

1. Снимите дополнительные грузы с диска.
2. Измерьте штангенциркулем диаметр шкива d в нескольких местах, записывая результаты в табл. 1, и определите среднее значение $\bar{d}$.
3. Вращая диск, намотайте нить в один слой на шкив и включите электромагнит красной кнопкой, расположенной в верхней части установки. Измерьте и запишите расстояние h_0 от груза до нулевой отметки шкалы.
4. Определите массу груза m , подвешенного к нити, включите секундомер.
5. В момент прохождения грузом нижнего положения секундомер выключается. Продолжая далее наблюдение за движением груза m , заметьте высоту h , на которую поднимется груз, двигаясь по инерции. Показание секундомера t и высоту h запишите в табл. 1.
6. Повторите измерения еще четыре раза при тех же значениях m и h_0 .
7. Вычислите среднее значение момента инерции диска I_d по формуле (9).

З а д а н и е 2. Проверка теоремы Штейнера

1. Определите массу m_0 и радиус R дополнительных грузов. Закрепите их на одинаковом расстоянии от оси вращения на диске установки и замерьте расстояние l_1 от оси вращения до центра грузов. Результаты этих измерений и число дополнительных грузов k занесите в табл. 2.
2. Занесите в табл. 2 результаты измерений, полученных в задании 1: радиус шкива r , массу груза m , расстояние, проходимое грузом до нулевой отметки h_0 , момент инерции диска I_d и число дополнительных грузов k .
3. Проведите измерения (см. пп. 2-6 задания 1) и результаты занесите в табл. 2.
4. Рассчитайте момент инерции $I_{экс}$ диска с дополнительными грузами (формула 9).
5. Рассчитайте момент инерции дополнительных грузов I_G , используя теорему Штейнера $I_G = (0,5m_0R^2 + m_0l^2)$ и результат занесите в табл. 2.
6. Рассчитайте момент инерции системы «диск–дополнительные грузы» $I_{расч} = I_d + kI_G$.
7. Проведите подобные измерения и расчеты с другим положением дополнительных грузов на диске (пп. 3-6 задания 1).
8. Сравните полученное экспериментально значение момента инерции $I_{экс}$ и расчетное значение момента инерции системы $I_{расч}$ и сделайте выводы.

З а д а н и е 3. Оценка погрешности измерений

1. Оцените случайные погрешности измеряемых величин по разбросу полученных значений ($\Delta = (x_{\max} - x_{\min})/2$) и приборные (систематические) погрешности всех измерений. Результаты занесите в табл. 3.
2. Относительную погрешность полученного результата δ_I примите равной погрешности той величины, которая измерена менее точно и рассчитайте абсолютную погрешность величины момента инерции

$$\Delta_I = I \cdot \delta_I.$$

Запишите результат в виде:

$$I = I \pm \Delta_I, \quad P = 1 - (0,5)^{N-1}.$$

3. Сравните расчетные значения момента инерции и полученные экспериментально и сделайте выводы.

Таблица 1

№ п.п.	d, м	t, с	h, м	
1.				$r = d / 2 =$ м
2.				$m =$ кг
3.				
4.				$h_0 =$ м
5.				
Среднее значение				$I_d =$ кг·м ²

Таблица 2

	№	$l_1 =$ м		$l_2 =$ м		$l_3 =$ м		$l_4 =$ м	
	п.п.	t, с	h, м	t, с	h, м	t, с	h, м	t, с	h, м
$m_0 =$ кг $\kappa = 2$ $R = 0,021$ м $r = 0,0125$ м $h_0 =$ м $I_d =$ кг·м ²	1								
	2								
	3								
	4								
	5								
Среднее									
$I_{\text{экс}} =$ кг·м ²									
$I_{\Gamma} = m_0 R^2 / 2 + m_0 l^2$									
$I_P = I_d + k I_{\Gamma}$									

Таблица 3

Измеряемая величина		Погрешность			
		системат.	случайная	наибольшая	
название	средн. значение				
Масса груза m	кг		—		
Высота h_0	м		—		
Высота h	м				
Время t	с				
Радиус r	мм				
Масса m_0	г		—		
Радиус R	м		—		
Расстояние l	м		—		

Контрольные вопросы

1. Как зависит момент инерции твёрдого тела от его массы и от распределения массы тела относительно оси вращения?
2. От каких величин зависит момент инерции диска ?
3. По какой формуле его рассчитывают в опытах?
4. Запишите закон сохранения энергии для системы "диск–груз".
5. На что расходуется механическая энергия в системе:
 - а) потенциальная энергия груза при его опускании;
 - б) кинетическая энергия системы при движении груза вверх?
6. Какое положение груза соответствует наибольшей кинетической энергии маховика?
7. По какой формуле определяют работу, затраченную на преодоление сил трения?